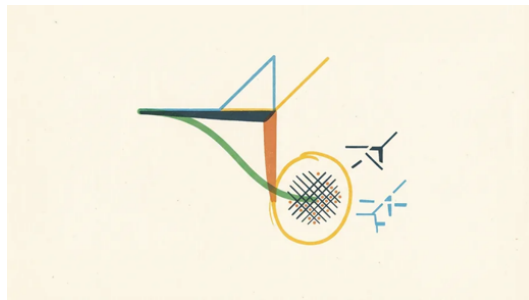




НАУЧНАЯ ТРОПА ИННОПОЛИСА

Как считать то, что рвётся?

Как считать то, что рвётся: ударную волну, фронт затора, край трещины?

Обычная производная отвечает на вопрос «с какой скоростью величина меняется в этой точке». Вопрос имеет смысл, пока величина меняется плавно. Но в природе полно мест, где она меняется скачком. Сверхзвуковой самолёт оставляет за собой скачок уплотнения: на расстоянии в доли миллиметра давление вырастает в несколько раз. Колонна машин упирается в аварию — на границе затора плотность прыгает с двадцати машин на километр до полутора сотен. В таких точках «скорость изменения» бесконечна, классической производной нет, и уравнение, написанное через производные, здесь теряет смысл. Двадцатый век показал, что отмахнуться от разрывов не выйдет. Они не поломка модели и не следствие грубого приближения: гладкое начальное состояние в уравнениях газовой динамики само, за конечное время, порождает разрыв. Скачок уплотнения не приносят извне — он образуется, потому что задние волны догоняют передние.

Сергей Львович Соболев — основатель и первый директор Института математики в новосибирском Академгородке — предложил выход: не пытаться дифференцировать разрыв, а переложить производную на другую функцию, гладкую. Приём выглядит трюком, но именно он позволил считать то, что до этого считать не умели, и лёг в основу метода конечных элементов — того самого, которым сегодня рассчитывают мосты, крыло самолёта и распространение сейсмических волн. Как работает переброс производной — в разделе «Как это работает».



Рис. 1. Сергей Львович Соболев в Ницце, 1970 год. Фото: Konrad Jacobs, архив Математического института Обервольфаха (MFO), CC SA 1.0, Wikimedia Commons.

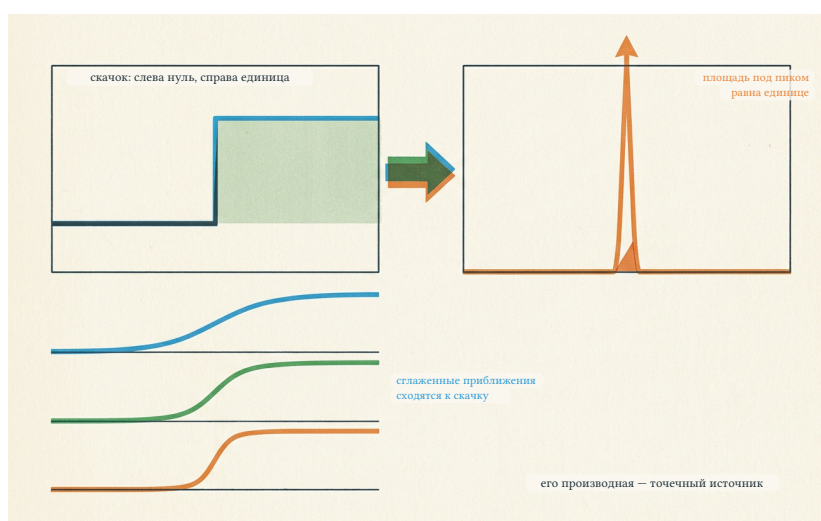


Рис. 2. Ступенька Хевисайда скачком переходит с 0 на 1; её обобщённая производная — дельта-импульс Дирака: бесконечно узкий и высокий пик ровно в точке скачка.